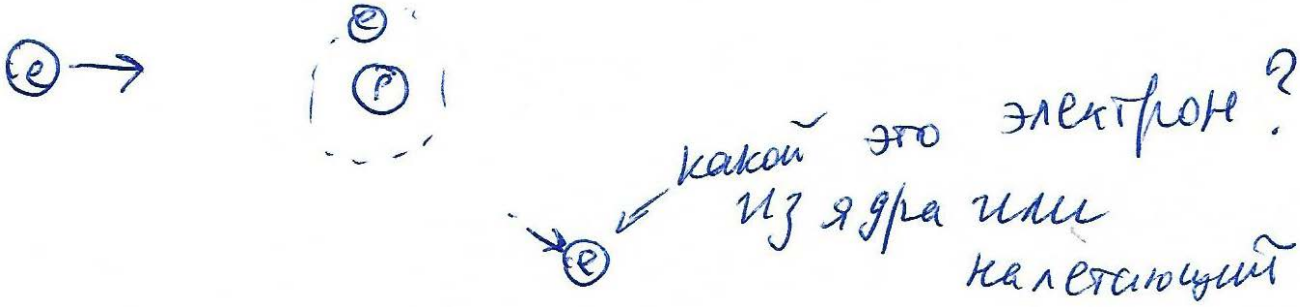
Что будет, если у нас в мишени и в частицах будут тождественные частицы? Например, рассеяние электрона на атоме:



По принципу неразличимости мы не можем узнать, был ли это электрон из атома или налетающий.

Правило: амплитуда будет зависить от суммарного спина S двух тождественных частиц как:

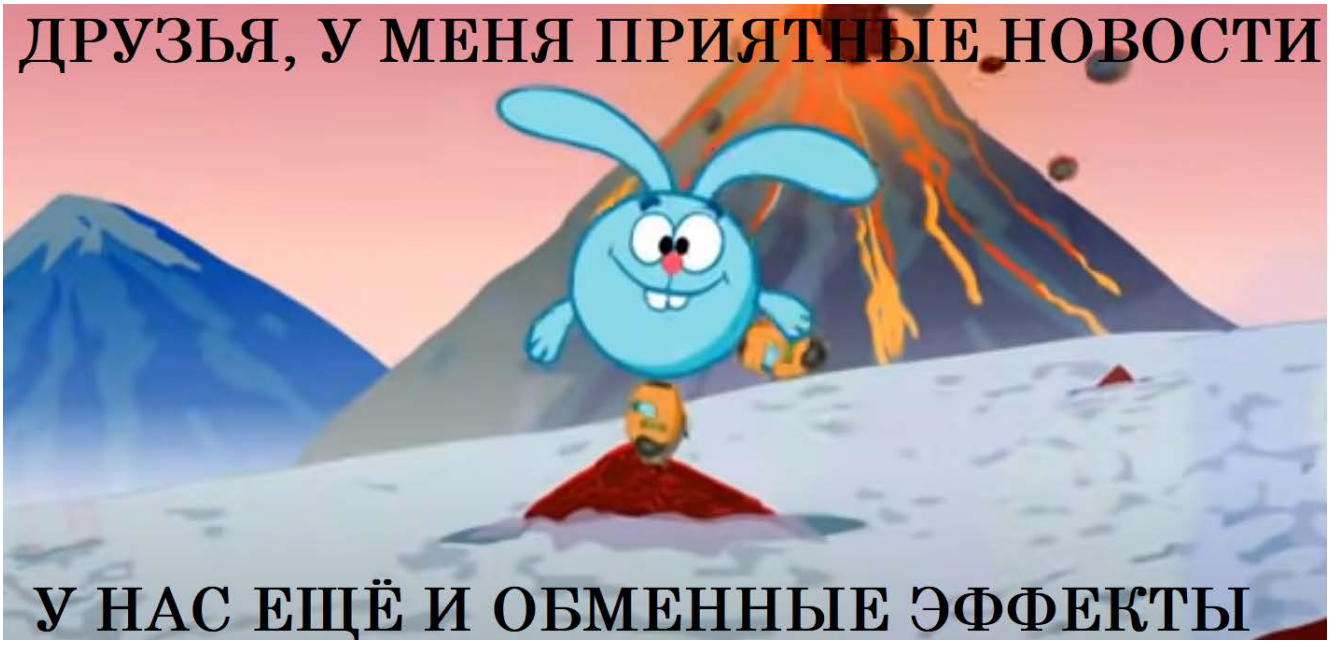
$$F(\theta) = f(\theta) + (-1)^S f(\pi - \theta)$$

Например, вспомним потенциал Юкавы:

$U(\vec{r}) = -\frac{g^2}{r} e^{-\alpha r}$. Для него мы уже получали амплитуду в первом борновском приближении:

$$f(p,\theta) = -\frac{mg^2}{\hbar^2\alpha^2 + 4p^2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}.$$

Что будет теперь с учётом обменных эффектов?



Зависит от суммарного спина частицы и мишени. Если он S=0, то будет

$$F(p,\theta) = -mg^2\left[\frac{1}{\hbar^2\alpha^2+4p\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} + \frac{1}{\hbar^2\alpha^2+4p\cos^2\frac{\theta}{2}}\right]$$

Мы воспользовались правилом

$$F(\theta) = f(\theta) + (-1)^S f(\pi-\theta)$$

для S=0, т.е.

$$F(\theta) = f(\theta) + f(\pi-\theta).$$

И тем, что

$$\sin^2(\pi-\alpha) = cos^2(\pi-\alpha)$$

если S=1, то будет то же самое, но со знаком минус:

$$F(p,\theta) = -mg^2\left[\frac{1}{\hbar^2\alpha^2+4p\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} - \frac{1}{\hbar^2\alpha^2+4p\cos^2\frac{\theta}{2}}\right]$$

Минус, потому что

$$F(\theta) = f(\theta) + (-1)^{-1} f(\pi-\theta)$$

Это всё верно, если начальный пучок поляризованный и мы знаем его начальный спин. А что, если начальный пучок не поляризован?
Вспомним полезную табличку:

S=0, M_S=0:	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow_1\downarrow_2-\downarrow_1\uparrow_2)$
S=1, M_S=0:	$\frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow_1\downarrow_2+\downarrow_1\uparrow_2)$
S=1, M_S=1:	$\uparrow_1\uparrow_2$
S=1, M_S=-1:	$\downarrow_1\downarrow_2$

Все варианты равновероятны, поэтому вероятность S=1 втрое больше, чем S=0. Поэтому

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4}|F_0|^2 + \frac{3}{4}|F_1|^2$$

А что для парциального излучения?

Снова решаем ур-е для радиальной компоненты ВФ:

$$R'' + \frac{2}{r}R' + \left[k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2\mu}{\hbar^2}U(r)\right]R_\ell = 0$$

Единственное отличие – в приведённой массе μ вместо обычной.
Далее по-старинке:

Вытаскиваем δ_ℓ^M, считаем амплитуду

$$f_M(p,\theta) = \frac{1}{k}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)e^{i\delta_\ell^M}\sin^2(\delta_\ell^M)P_\ell(\cos\theta)$$

Парфёнов пишет индексы μ, подчёркивая, что это фаза рассеяния и амплитуда с учётом обменных эффектов.
А вот далее амплитуда с учётом обменных эффектов будет

$$F = f_m(\theta) + (-1)^S f_m(\pi-\theta) = \frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)e^{i\delta_l^m}\sin^2\delta_{lm}$$

$$\cdot\left(1+(-1)^{l+S}\right)P_l(\cos\theta)$$

$$\left(1+(-1)^{l+S}\right) = \begin{cases} 2 & l+S \text{ — чётно} \\ 0 & l+S \text{ — нечётно} \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{12\pi}{k^2}\sin^2(\delta_1)$$

Опять получаем, что нужно чётное l+S! Это приводит к интересному следствию: если S=0, то l=0 возможно – это наша старая-добрая s-волна.

А что, если S=1? s-волна будет невозможна, т.к. S+l будет нечётно. Будет только p-волна. Естественно, отбрасывание s-волны для низких энергий приведёт к подавлению сечения. Так что для низких энергий, чтобы сечение не подавлялось, нужно делать S=0.